

期权波动率套利策略在数字货币市场的应用

作者：Gate.io 研究院 TIntin Deng, Guin Peng, Jill Chow

摘要

在传统金融市场中，有许多投资者为了获得更大的获利概率，尝试通过不同的模型方式对金融产品市场表现进行拟合，从而对未来一段时间内的走势进行预测。数字货币交易市场作为当前新型的交易市场，与传统金融产品有着相似的地方，也可以通过不同的数学模型科学地对数字货币未来走势进行预测。本文首先对期权进行了简要的概述，包括定义、价值来源和定价方式等，随后重点介绍了波动率的特性与套利原理，最后对 BTC 历史价格波动率构建 ARCH 和 GARCH 模型进行拟合并预测，模型拟合结果显示波动率套利的策略同样适用于数字货币市场。

文章要点

- ◆ 从结论上来看，波动率越大的期权，期权的价值也就越高，需要缴纳的权利金也越高；距离行权时间越长的期权，其变动的范围也就越大，那么期权也就越有价值；
- ◆ 根据传统金融期权定价模型——BS 模型的成立条件来看，BS 模型对数字货币期权交易也是适用的；并且相对于传统金融市场，数字货币市场更加自由开放，这也使得 BS 模型在数字货币市场上的应用更为有效；
- ◆ 波动率作为 BS 模型中唯一无法直接观察得到的指标，其变化情况极大地影响了期权的价格

值，这也使得大多数专业的期权交易员使用波动率来预测期权市场的变化，并且基于波动率的序列相关性、均值回归、动量效应三大特性，多数交易员可以通过预测波动率的变化而决定交易的方向；

- ◆ Gate.io 研究院通过对 BTC 每日价格的对数收益率进行建模，并通过一系列检验用于验证 BTC 波动率的自相关性，通过构建 GARCH 模型，发现已经可以对 BTC 收益率的波动方向进行较为准确的预测，但对收益率的波动值预测效果一般，仅适用于预测 1 到 2 天的波动率。

1 期权概述

1.1 期权介绍

1.1.1 期权的定义

期权是源于十八世纪后期的美国和欧洲市场的一种合约,该合约赋予持有人在某一特定日期或既定日期之前的任何时间以固定价格购入或售出一种资产的权利。与期货合约不同的是,期权持有人只享受权利而不承担任何义务,并可以决定未来是否执行期权。

1.1.2 期权的类型

根据期权的执行时间的自由度的不同,目前市面可以分为美式期权与欧式期权两种。美式期权相对更加自由,可以在期权到期前的任意时间段执行。从这一区别来看,美式期权对于期权持有者更为友好,对期权出售人更为不利,所以相对而言,投资者在进行美式期权交易时需要付出更多的权利金以认购(看涨)或认沽(看跌)期权。

鉴于目前还没有数字货币交易所正式开通美式期权交易,接下来的研究主要以欧式期权为主。对于期权持有者来说,当期权到期时,期权的执行价格(亦称行权价格)与标的物的实际价格差异存在以下几种情况。

	看涨期权	看跌期权
价格上涨	实值: 买方以执行价格执行期权	虚值: 买方放弃期权, 卖方获得权利金收益
价格下跌	虚值: 买方放弃期权, 卖方获得权利金收益	实值: 买方以执行价格执行期权

注：平值指的是行权时，执行价格与标的实际价格一致的特殊情况

由表知，无论是看涨期权还是看跌期权，合约的买方只有权利而无义务，其风险有限，最大亏损为权利金。而卖方只有义务而无权力，其收益有限，最大收益为权利金。

1.2 期权的价值来源

在实际的交易过程中，如何选择合适的期权投资产品是投资者关注的问题之一。不论是何种投资产品，在作出投资决策前，投资者都应对其投资的产品价值来源有一定的认知。对于期权而言，其价值来源主要包含期权内在价值和时间价值。

1.2.1 内在价值

期权的内在价值由合约的行权价格与期权标的市场价格的关系决定，即期权买方可以按照比现有市场价格更优的条件买入或卖出标的资产的收益部分。对投资者来说，期权到期时，只有实值期权具有内在价值，平值与虚值期权没有任何价值。

1.2.2 时间价值

期权交易的时间价值主要体现在无风险收益与波动率收益两个方面。

(1) 无风险利润

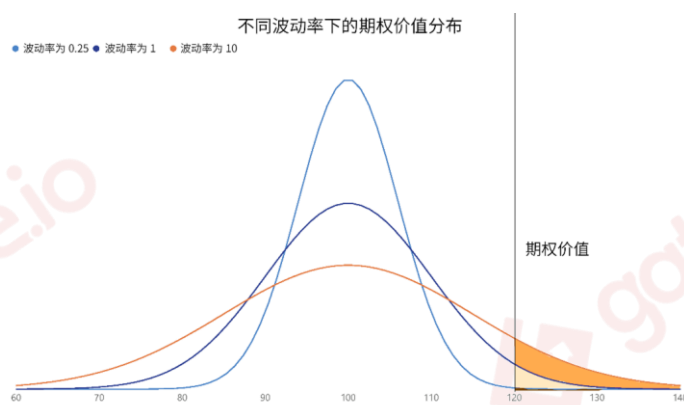
市场无风险利率通常为短期国债的利率，它是影响期权价值最复杂的一个因素。当市场无风险利率上升时，未来行权价的现值就会降低，这意味着认购（看涨）期权的买方需要准备的行权资金的现值变少了，这份权利就会更值钱，因此认购（看涨）期权的价格会上升；而对于认沽

2020 年 7 月

（看跌）期权的买方，目的是以行权价的资金出售标的股票，无风险利率变高意味着失去的机会成本变大，这份权利就会变得不值钱，认沽（看跌）期权的价格会下降。

（2）波动率价值

根据统计学家观察，如果观察足够长的时间，大部分股票或指数的价格均符合正态分布。从这个理论出发，假设某个金融产品现价为 100 美元/股，下图为市场波动率分别为 0.25、1 和 10 情况下的期权价值分布图。



注：上图仅为示意图，不作为真实计算结果

模型示意图中最下方为波动率 0.25 美元的期权价值，经计算其期权价值仅为 0.05 美元/股。对于波动率为 1 美金的期权，其期权价值为下面两块图层的累积和，共有 0.75 美金/股，而最后一个波动率为 10 美

金的期权，其期权价值为三块图层面积之和，

共有 8 美元/股。

由此可知，波动率越大的期权，对于看涨期权，其最终标的价格超过行权价格的概率也就越高，期权价值也越大。同理，对于看跌期权，其最终标的价格低于行权价格的概率也同样越高，期权价值也越大，二者互为镜像。

基于波动率的这一特性，同样可以得出距离行权时间越长的期权，其变动的范围也就越大，那么期权也就越有价值这一结论。

1.3 期权的定价方式

期权交易过程中，期权买方需要付出一定的权利金后才可以购买相应的期权。从上文期权价值推论可以看出，期权价值与波动率和时间密切相关。在期权发售时，需要对权利金进行定价，目前最常用的工具是布莱克-斯科尔斯（Black-Scholes）模型，简称 BS 模型。

1.3.1 BS 模型的成立条件

- (1) 在期权寿命期内，买方期权标的股票不发放股利，也不做其他分配；
- (2) 股票或期权的买卖没有交易成本；
- (3) 短期的无风险利率是已知的，并且在寿命期内保持不变；
- (4) 任何证券购买者都能以短期的无风险利率借得任何数量的资金；
- (5) 允许卖空，卖空者将立即得到所卖空股票当天价格的资金；
- (6) 看涨期权只能在到期日执行；
- (7) 所有证券交易都是连续发生的，股票价格随机游走。

从成立条件来看，1、2、7 条在传统金融市场并不是特别满足，但数字货币市场完美满足了除第二条以外的所有假设。对于做市商机构，多数交易所会给予大量交易费率优惠，甚至某些平台提供了负手续费的方案。综上，BS 模型对数字货币期权交易也是适用的，同时相对于传统金融市场，数字货币市场更加自由开放，这也使得 BS 模型在数字货币市场中的应用更为有效。

1.3.2 BS 模型的计算方法

根据假设和数学推断，欧式认购期权价格的计算公式为：

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2)$$
$$P = Xe^{-rt}N(-d_2) - SN(-d_1)$$

其中：

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$
$$d_2 = \frac{\ln(S/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

C——看涨期权的当前价值；P——看跌期权的当前价值；X——期权的执行价格；

S——标的股票的当前价格；t——期权到期日前的时间（年）；r——连续复利的年度无风险利率；

e——自然对数的底数，约等于 2.7183；

N(d)——标准正态分布的累计密度函数，简单来说就是离差小于 d 的概率；由于每个期权价格的正态分布不同，其均值与标准差（或者说波动率）不同，在数学上也可以理解为：它是以标的物波动率 σ 作为市场风险定价，并在以标的物为计价单位时，期权被行权的概率。

从模型上来看，期权的价值主要与 5 个因素有关：期权执行价格、标的当前价格、期权到期时间、以及波动率 σ 被行权的概率。其中前面 4 个因素是可以在购买期权时直接获取，而波动率 σ 却无法通过直接观察得到。

2 策略原理

波动率作为 BS 模型中唯一无法直接观察得到的指标,其变化情况极大地影响了期权的价值,这也使得大多数专业的期权交易员使用波动率来预测期权市场的变化。

2.1 波动率特性

与价格不同的是,波动率的变化在一定程度上是可以观察与预测的,这就与天气预报一般,如果知道今天的天气,想要预测明天或者后天的天气,可以通过查询往年在这段时间的天气变化来预测明后两天天气的大概范围。

总的来说,波动率的有以下三大特性:

(1) 序列相关性。在数据缺少并且无法提供大量数据的条件下,可以认为后期波动率与当前波动率基本一致。

(2) 均值回归:在获得足够多的数据的条件下,可以认为波动率存在一定的波动规律,且后期的波动率会如之前一般回归到历史值。

(3) 动量效应:如果波动率已经存在一定的趋势,那么可以认为后期波动率会朝着这个趋势变动。

基于波动率的三大特性,多数交易员可以通过预测波动率的变化而决定交易的方向。

2.2 波动率分类

理论上虽然波动率越大期权价值越高,但在实际交易过程中,并非选择波动率越高的期权越好,还需要考虑期权到期时间和权利金大小等情况。在此之前,投资者需要了解波动率的分类,如历史波动率、未来波动率、预测波动率和隐含波动率。

类别	含义
历史波动率	对标的物的历史价格计算获得历史波动率
未来波动率	对未来标的物实际价格波动计算而得的波动率
预测波动率	根据波动率特征,构建特定模型预测未来标的物价格的波动率
隐含波动率	通过 BS 模型反向推算标的物价格的波动率

2.3 波动率套利原理

从波动率的 4 个分类可以看出,反映当前市场的波动率并不是历史波动率而是隐含波动率,隐含波动率可以表明当前市场对标的物的价值评判标准。一般而言,投资者通过特定的模型(如 GARCH 模型),对未来市场标的物的波动率进行预测,然后通过预测波动率与隐含波动率的对比,找出其中被高估或者低估的期权进行交易,从而实现盈利。

不论是数字货币市场,还是传统金融市场,选择一个好的投资品并且把握好购买时机往往是最基本也是最重要的一步。在期货市场也同样如此,当投资者通过计算得出某只期权产品的隐含波动率为 15%,同时通过模型预测认为其波动率在到期前很大概率涨到 50%,那么投资者可以通过建仓来选择认购(看涨)这只期权。

在实际交易过程中，投资者为了避免因期权交易方向错误而造成机会成本损失，常使用 Delta 中性对冲来降低风险。Delta 是衡量期权价格（权利金）变动与合约标的价格的一个衡量标准。简单而言，标的价格每变动 1 单位，期权价格变动的数量。

实际风险对冲过程如下：

如果买入某只投资品的看涨期权，则需卖出相应数量的标的现货。

如果卖出某只投资品的看涨期权，则需买入相应数量的标的现货。

如果买入某只投资品的看跌期权，则需买入相应数量的标的现货。

如果卖出某只投资品的看跌期权，则需卖出相应数量的标的现货。

以 BTC 期权为例，投资者开仓时以每份 1 美金的价格购买了 20 张 BTC 认购（看涨）期权合约，每张期权合约价值 0.1BTC。假设此时比特币价格为 8000 美元/枚，如果此时 Delta 为 0.2，即现货 BTC 每变动 1 美金，期权价格变动 0.2 美金。如果投资者要实现 Delta 中性，其需要卖出 $0.2 \times 20 \times 0.1 = 0.4$ 个 BTC 的现货才可以实现 Delta 中性。

假设 Delta 不发生变化，那么投资者对冲交易的总利润永远都是零，在考虑手续费后，其收益甚至会出现负数。实际交易过程中，Delta 随着标的物价格与合约价格变化而变动，投资者在进行 Delta 对冲时，实际的利润与未来波动率与隐含波动率的差值密切相关。同样的，未来波动率可以用预测波动率替代，那么交易员就能通过 Delta 对冲获利。

3 波动率预测

3.1 模型介绍

目前金融领域普遍使用 GARCH 模型来预测波动率变化，而 GARCH 模型基于 ARCH 模型，下文将对这两个模型基本公式进行简单说明。

3.1.1 ARCH 模型

ARCH 模型的基本思想是指在以前信息集下，某一时刻一个噪声¹的发生是服从正态分布。该正态分布的均值为零，方差是一个随时间变化的量(即为条件异方差)。并且这个随时间变化的方差是过去有限项噪声值平方的线性组合(即为自回归)。这样就构成了自回归条件异方差模型。

数学表达式如下：

$$y_t = \beta x_t + \varepsilon_t$$

其中， y_t 为因变量， x_t 为自变量， ε_t 为误差项。

当 ε_t^2 满足 AR(q)过程，即

$$\begin{cases} \varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \eta_t \\ \alpha_0 > 0 \\ \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^q \alpha_i < 1, i = 1, \dots, q \end{cases}$$

同时， η_t 满足期望为 0、方差为常数的独立同分布序列时，该模型称为 ARCH 模型。换言之，服从 q 阶的 ARCH 过程。

从公式可知，过去已发生的波动会对未来波动产生正向的影响，影响幅度则取决于未知参数 α_i 的大小。换言之，大波动幅度会产生大的波动，反之亦然。

由于本身模型需要保证平稳性与条件方差 h_t 的非负性，对于 α_i 设定了非负的限制条件；同时，ARCH 模型采用 ε_{t-q}^2 描述历史波动率水平，即历史收益大小相同时的正向波动与负向波动对于未来的波动影响相同，与实际情况不符。因此实际生活中，常用 GARCH 模型对金融市场的波动率进行描述。

3.1.2 GARCH 模型

GARCH 实际上是广义的 ARCH 模型，即 ε_t^2 满足 ARMA(p,q)过程，其数学表达式如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \beta_p \sigma_{t-p}^2 + \eta_t \\ \alpha_0 > 0 \\ \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^q \alpha_i < 1, i = 1, \dots, q \\ \beta_j \geq 0, \sum_{j=1}^p \beta_j < 1, j = 1, \dots, p \end{array} \right.$$

其中， η_t 为期望为 0，方差为常数的独立同分布序列。当 $p=0$ 时，GARCH(p,q)将变为 ARCH(q) 模型。

与 ARCH 模型相比，通过低阶 GARCH 模型可以实现高阶 ARCH 模型对市场波动率的预测，其过程的识别和参数估计都相对更为容易。与 ARCH 模型相同的是，对于未知参数 α_i 和 β_j 的约束条件意味着条件方差有界，也就意味着 GARCH 模型是宽平稳的。

2020 年 7 月

3.2 模型构建

上文简单介绍了 ARCH 模型和 GARCH 模型的基本原理，在采用模型对波动率进行描述前，需要对原始序列进行以下检验分析：

- ① 建立均值方程并对数据进行平稳性检验；
- ② 对均值方程的残差进行 ARCH 校验；
- ③ 如果具有 ARCH 效应，则建立波动率模型；
- ④ 检验拟合程度，如有必要则使用其它模型改进。

3.2.1 平稳性检验

本次模拟使用 2017 年 1 月 1 日至 2020 年 5 月 27 日的比特币每日价格数据进行计算。通过观察价格每日价格涨跌情况计算波动率变化，并检验其数据是否具有相关性。收益率采用对数收益率，即： $r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$ ，其中 P_t 为第 t 天的价格。

比特币每日价格波动情况如下：



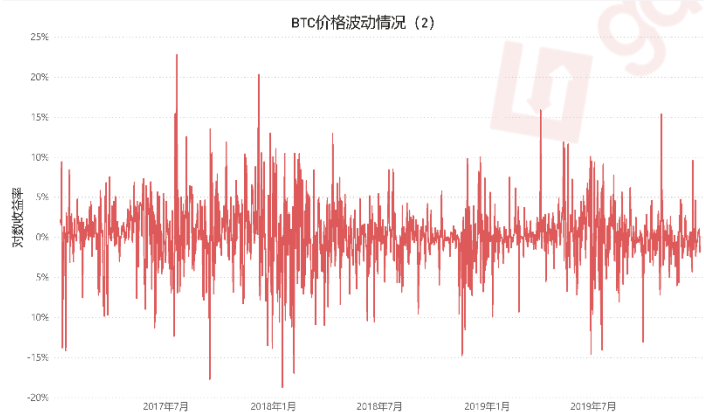
数据来源：<https://cn.investing.com/>，截至 2020 年 5 月 27 日

由图可知，BTC 收益率表现出波动集聚性和波动持续性，即大的波动后面伴随着较大的波动，小的波动后面伴随着较小的波动。然而 3 月 12 日出现的“黑天鹅事件”则弱化了这种自相关性。为了更好的研究

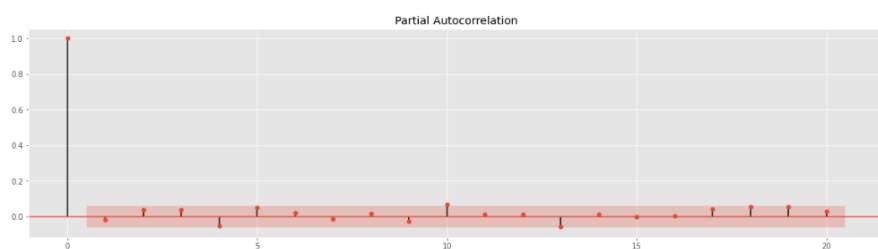
BTC 波动率预测，下面的研究将直接去除

2020 年 7 月

3 月 12 日的异常数据, 并且为了不给近期数据带来预示, 将历史数据将采取自 2017 年 1 月至 2019 年年末的 BTC 价格来验证 BTC 的波动率是否能够被较好的预测。



在均值模型建立前, 我们需要对其进行单位根检验 (简称 ADF 检验²), 结果显示 t 值为 -14.22, p 值为 1.6×10^{-26} , 通过了 ADF 检验, 即可以认为 BTC 价格波动率是平稳序列。



除此之外, 自相关 ACF 函数显示在 10 处截尾, 且在 10 后的 ACF 均在置

信区间 (图中红色区域) 内, 故可认为该序列满足 10 阶 AR 过程。

3.2.2 ARCH 校验

在对 ARCH 模型校验前, 我们需要计算均值方程的残差值 (即 ε_t), 通过构建 10 阶 AR 模型, 并绘制 BTC 价格涨跌幅残差值相关图表。

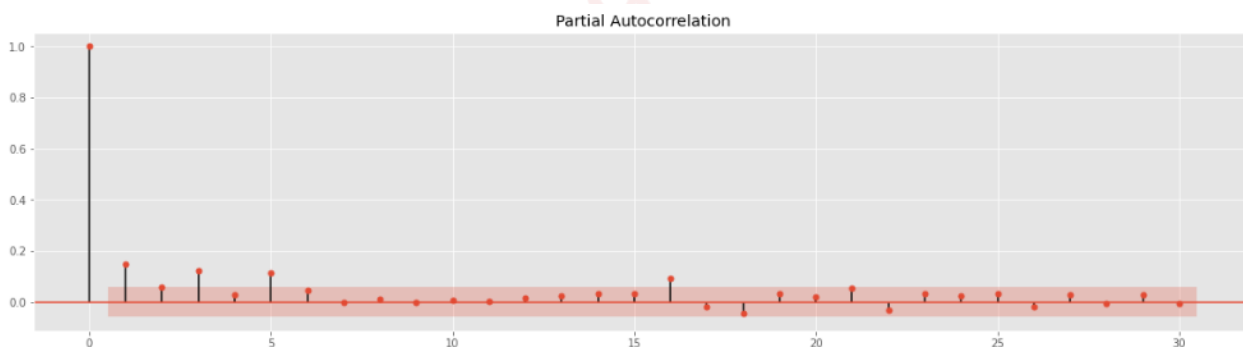


通过对残差值的平方 ε_t^2 做自相关检验, 得出 p 值在 $10^{-19} \sim 10^{-6}$ 左右, 认为该残差值序列具有自相关性, 通过 ARCH 校验。

2020 年 7 月

3.2.3 ARCH 模型建立

与 AR 模型建立一样，我们仍然需要使用 ACF 函数来确定 ARCH 的阶层。



图上红色区域为置信区，我们发现 ACF 函数在 16 处截尾，之后的 ACF 函数均在置信区间内，我们判定该序列 ARCH 模型阶次为 16 阶。

通过建立 16 阶 ARCH 模型，计算其模型拟合度 R-squared 值为 0.008，拟合效果一般。由于最终模型参数过多，此处不予展示，下文将演示 GARCH 模型对 BTC 价格波动率的预测效果。

3.3 GARCH 模型建立

GARCH 模型建立过程与 ARCH 建立过程基本一致，但无需确认 GARCH 模型的阶层即可直接建模，一般使用低阶模型如 GARCH(1,1), GARCH(2,1), GARCH(1,2) 等，下面分别对 p, q 取 1~2 进行建模，然后从中选择效果较好的模型。

模型阶层	AIC 指标	BIC 指标
1, 1	-3841.87	-3772.15
1, 2	-3847.67	-3772.97
2, 1	-3833.86	-3759.15
2, 2	-3846.29	-3766.61

2020 年 7 月

从检验结果来看， $p=2$ 、 $q=1$ 时模型效果最好，AIC 与 BIC 均比较低，故采用 GARCH(2,1)对比特币的波动率进行建模。

3.3.1 计算模型参数

与 ARCH 模型相同，本次 GARCH 模型仍采用 10 阶 AR 均值模型，并使用 python 的 arch 模块对 GARCH(2,1)进行建模。建模结果如下：

均值方程：

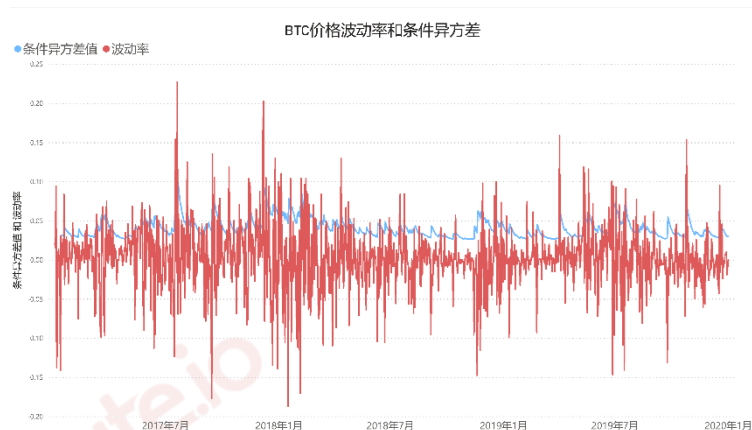
$$y_t = 0.001792 - 0.009697a_1 + 0.047321a_2 + 0.026676a_3 - 0.050590a_4 + 0.038114a_5 \\ + 0.019494a_6 - 0.001467a_7 + 0.011871a_8 - 0.026352a_9 + 0.066676a_{10}$$

条件异方差方程：

$$\sigma_t^2 = 0.000184 + 0.050095\alpha_{t-1}^2 + 0.049995\alpha_{t-2}^2 + 0.799920\sigma_{t-1}^2$$

3.3.2 拟合效果观察

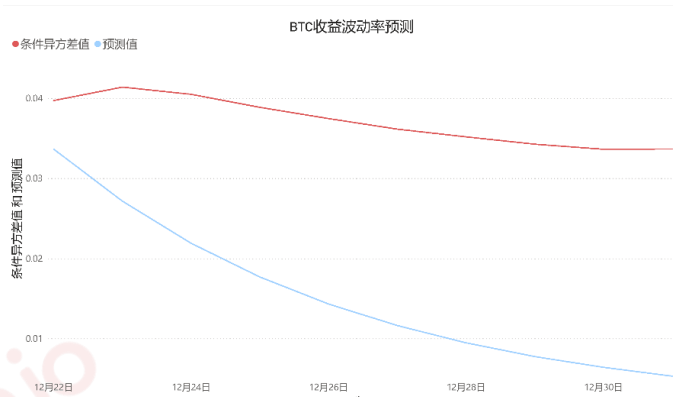
条件异方差可以用来衡量资产收益率的波动率。从图上来看，条件异方差较好地拟合了价格收益率的波动率，一定程度上来说，可以通过预测收益率的波动而预测价格的波动。



2020 年 7 月

3.3.3 波动率预测

通过构建上面的模型，我们可以对 BTC 收益率的波动率进行预测。为了展示 GARCH 模型对比特币波动率的拟合效果，下面将以模型前 1085 天数据作为训练集，然后将训练好的模型来预测最后 10 天（即 2019 年 12 月 22 日至 12 月 31 日）的收益波动率值，预测结果如下：



从预测结果来看，前两期的预测值较为接近真实值，后几期则偏离较大；从预测方向性来说，实际值发生了 1 次增长和 8 次下降，预测值则发生了 9 次下降，从这里来看，GARCH 模型对于 BTC 收益率波动方

向性的预测准确度较高，具有一定参考价值。

4 总结

期权作为一种新型的投资产品，具有持有人单方面享受权利而不付出义务的特性，相对于传统合约，期权对持有人更为有利。本文通过对期权的类型、价值来源、定价方式逐一介绍，从而清楚地了解了波动率对于期权价值的重要性。即波动率越高，期权则越有价值。

通过对目前期权市场主流策略 Delta 中性对冲的介绍，了解到 Delta 对于期权市场的意义，以及通过 Delta 对冲来降低市场风险，并且我们也知道了期权收益的主要来源，即未来波动率与隐含波动率之差。

主流金融市场已经广泛应用 GARCH 模型来预测波动率变化，Gate.io 研究院通过对 BTC 每日

价格对数收益率进行建模，并通过一系列检验用于验证 BTC 波动率的自相关性，通过构建 GARCH 模型，我们发现已经可以对 BTC 收益率的波动方向进行较为准确的预测，但对收益率的波动值预测效果一般，仅适用于预测 1 到 2 天的波动率。随着未来 Gate.io 交易所正式开通美式期权交易，未来短期波动率预测或许会取得较为不错的效果。

参考资料

- [1]. 《金融时间序列分析》 第 2 版 Ruey S.Tsay 著 王辉、潘家柱 译
- [2]. 永辉,许倩.基于 GARCH 族模型的创业板市场波动性问题研究[J].资本运营
- [3]. 郑振龙,黄薏舟.波动率预测: GARCH 模型与隐含波动率[J].数量经济技术经济研究,2020,1:140-150.

相关名词

- ¹ 噪声：数据中存在着对数据分析造成干扰的错误或异常数据。
- ² ADF 检验：检验序列中是否存在单位根，因为存在单位根就是非平稳时间序列了。单位根就是指单位根过程，可以证明，序列中存在单位根过程就不平稳，会使回归分析中存在伪回归。

2020 年 7 月

声明

因出具该研究报告，特做出如下声明：

- 本研究报告是内部成员通过尽职调查和客观分析得出的结论，旨在对数字货币期权发展现状进行分析总结，并不能完全以此来预测数字货币期权市场的发展情况。
- 本研究报告非衡量研究对象本身价值、以及其发行代币价值的工具，不构成投资者做出最终投资决策的全部依据。
- 本研究报告中引用的项目资料来源于内部认为可靠、准确的渠道，因为存在人为或机械错误，信息均以获取时态为准。内部成员对研究报告中所依据的相关资料的真实性、准确度、完整性以及及时性进行了必要的核查与验证，但对其不做任何明示或暗示的陈述或担保。